ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	ΑΛΓΕΒΡΑ / Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	03 / 01 / 2026

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. **(i)** Σχολικό Βιβλίο σελ.31. **(ii)** Σχολικό Βιβλίο σελ.33.

Α2. **(α)** $\sigma\upsilon\nu 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **(δ)** $\eta\mu\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(β) $\varepsilon\varphi 60° = \sqrt{3}$ **(ε)** $\eta\mu\pi + \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} = 0 + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(γ) $\eta\mu 2\pi = 0$ **(στ)** $\varepsilon\varphi\pi + \eta\mu\frac{\pi}{2} = 0 + 1 = 1$

Α3. **i.** Σ **ii.** Λ **iii.** Λ **iv.** Σ **v.** Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Είναι:

$$P(x) = -2x^4 + 4x^2 + 2(x^4 - 1) + 2x$$
$$= -2x^4 + 4x^2 + 2x^4 - 2 + 2x$$
$$= 4x^2 + 2x - 2$$

Β2. Κάνουμε αντικατάσταση και βρίσκουμε:

$$P(2) = 4\cdot 2^2 + 2\cdot 2 - 2 =$$
$$= 4\cdot 4 + 4 - 2$$
$$= 16 + 4 - 2$$
$$= 18$$

Άρα το 2 δεν είναι ρίζα του $P(x)$. Επίσης:

$$P(-1) = 4\cdot(-1)^2 + 2\cdot(-1) - 2 =$$
$$= 4\cdot 1 - 2 - 2$$
$$= 4 - 4$$
$$= 0$$

Άρα το -1 είναι ρίζα του $P(x)$.

Β3. Εξισώνοντας τους συντελεστές των όμοιων όρων των δύο πολυωνύμων βρίσκουμε ότι $\alpha = 2$.

Β4. $P(x) = 0\cdot x^3 + 4x^2 + 2x - 2$.

Εξισώνοντας τους συντελεστές των όμοιων όρων των δύο πολυωνύμων, έχουμε:

- $\beta = 0$
- $\gamma = 4$
- $\delta - 1 = 2 \Leftrightarrow \delta = 2 + 1 \Leftrightarrow \delta = 3$
- $\varepsilon = -2$

ΘΕΜΑ Γ

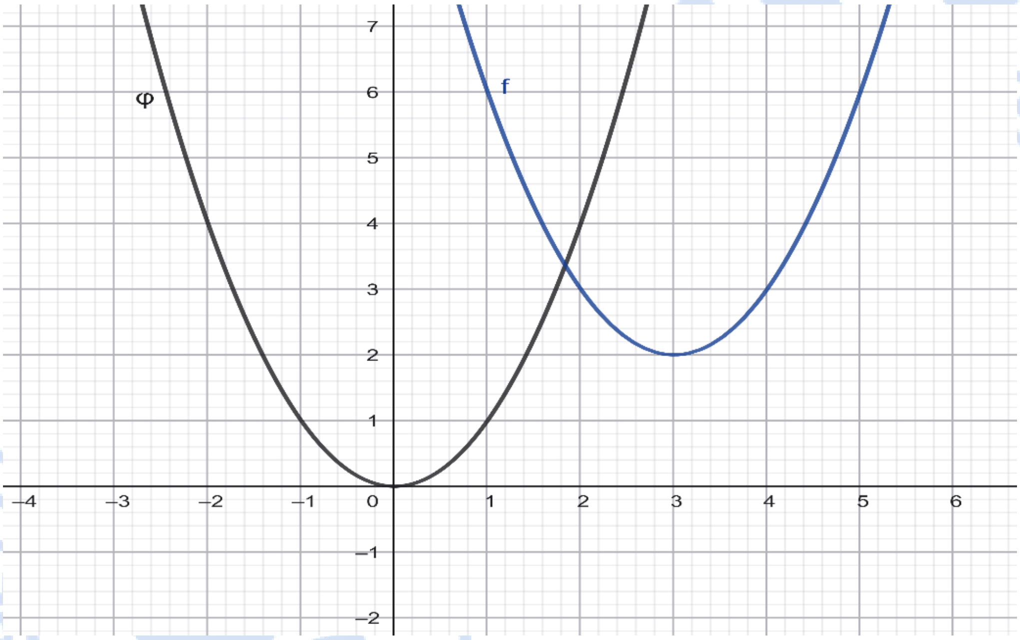
Γ1. Είναι $f(x) = x^2 - 6x + 11 = x^2 - 6x + 9 + 2 = (x-3)^2 + 2$

Γ2. Είναι $(x-3)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 + 2 \geq 2 \Leftrightarrow f(x) \geq 2$ το οποίο ισχύει για κάθε πραγματικό αριθμό x.

Ακόμη, $f(x) = 2 \Leftrightarrow (x-3)^2 + 2 = 2 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Άρα η f παρουσιάζει στη θέση $x = 3$ ολικό ελάχιστο το $f(3) = 2$.

Γ3. Ισχύει ότι $f(x) = (x-3)^2 + 2 = \varphi(x-3) + 2$, δηλαδή η γραφική παράσταση της f προκύπτει από οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της φ κατά 3 μονάδες δεξιά και κατακόρυφη μετατόπιση κατά 2 μονάδες πάνω, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Επειδή η f έχει περίοδο 6π έχουμε: $\dfrac{2\pi}{\omega} = 6\pi \Leftrightarrow 2\pi = 6\pi\omega \Leftrightarrow \omega = \dfrac{2\pi}{6\pi} \Leftrightarrow \omega = \dfrac{1}{3}$

Άρα $f(x) = \alpha\eta\mu\dfrac{x}{3}$.

Επίσης, επειδή η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το $A\left(\dfrac{\pi}{2}, 1\right)$ είναι:

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \alpha\eta\mu\frac{\frac{\pi}{2}}{3} = 1 \Leftrightarrow \alpha\eta\mu\frac{\pi}{6} = 1 \Leftrightarrow \alpha\cdot\frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow \alpha = 2.$$

Δ2. Η f είναι της μορφής $f(x) = \alpha\eta\mu(\omega x)$ με $\alpha = 2$, οπότε η μέγιστη τιμή της είναι 2 και η ελάχιστη -2.

Δ3. Συμπληρώνουμε τον πίνακα τιμών:

x	0	$\frac{3\pi}{2}$	3π	$\frac{9\pi}{2}$	6π
$\frac{x}{3}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\eta\mu\frac{x}{3}$	0	1	0	-1	0
$2\eta\mu\frac{x}{3}$	0	2	0	-2	0

Δ4. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f σε πλάτος μίας περιόδου φαίνεται στο παρακάτω σχήμα: